

Versuch P2-18: Laser und Wellenoptik – Teil A Auswertung

Sommersemester 2005

Gruppe Mi-25:
Bastian Feigl
Oliver Burghard

Inhalt Auswertung

1 Brewster-Winkel.....	2
1.1 Bestimmung mit Hilfe einer Glasscheibe innerhalb des Resonators.....	2
1.2 Bestimmung über Reflexion von linear polarisiertem Licht; daraus Ermittlung des Brechungsindex des Glases.....	3
2 Beugung an verschiedenen Objekten.....	4
2.1 Bestimmung der genauen Breite des 0,3mm-Spaltes.....	4
2.2 Steg (Babinet-Theorem).....	5
2.3 Kreisöffnung und Kreisscheibe gleicher Größe; Kante.....	5
2.4 Bestimmung des Haardurchmessers aus seinem Beugungsbild.....	6
2.5 Dicke eines Drahtes.....	7
3 Beugung an Mehrfachspalten und Gittern.....	8
3.1 Doppelspalt.....	8
3.2 Beugungsbild des zweiten Doppelspalts und des Dreifachspalts.....	8
3.2.1 Bestimmung der Gitterkonstante eines Strichgitters.....	8
3.3 Beugungsbild von Kreuz- und Wabengitter.....	8
4 Abbildung nichtselbstleuchtender Gegenstände.....	9
5 Holografie.....	9

1 Brewster-Winkel

1.1 Bestimmung mit Hilfe einer Glasscheibe innerhalb des Resonators

Wir konnten den Brewster-Winkel mit der Anordnung laut Vorbereitung bestimmen: So zündete der Laser nur in einem kleinen Intervall um den Brewster-Winkel, ansonsten blieb er dunkel. Wir maßen den jeweils kleinsten und größten Winkel, bei dem der Laser noch aktiv war und gehen davon aus, dass der Brewster-Winkel in der Mitte des Intervalls liegt. Der Ablesefehler betrug $0,5^\circ$.

Der Brewster-Winkel wird wie folgt bestimmt: $\alpha_b = 360^\circ - (\alpha_{kl} + \alpha_{gr}) / 2$

Nr.	kleinster Winkel	größter Winkel	Brewster-Winkel (in $^\circ$)
1	297,5	307,0	57,75
2	297,8	306,6	57,80
3	298,0	301,0	60,50
4	297,5	303,0	59,75
5	298,0	307,5	57,25
6	297,5	307,0	57,75
7	297,5	307,0	57,75
8	298,0	307,0	57,50
		Mittelwert:	58,26
		Standardabweichung:	1,11

Damit ergibt sich ein statistischer Fehler von $\sigma_\alpha = 1,11^\circ = 1,9\%$

Die systematischen Fehler in diesem Versuchsteil sind bis auf den Ablesefehler schwer in Zahlen zu fassen, weshalb nur dieser berücksichtigt wird. Als Fehlerquellen kommen jedoch auch noch Ungenauigkeiten in der Justierung des Experiments in Frage, die eine Nullpunktverschiebung des Winkels zur Folge haben.

Fehlerfortpflanzung für den Ablesefehler:

$$\Delta \alpha_b = \sqrt{\left(\frac{\partial \alpha_b}{\partial \alpha_{kl}} * \Delta \alpha_{kl}\right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha_b}{\partial \alpha_{gr}} * \Delta \alpha_{gr}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} * 0,5^\circ\right)^2 + \left(\frac{1}{2} * 0,5^\circ\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{8}} = 0,35^\circ$$

Somit erhalten wir hier folgendes Ergebnis für den Brewster-Winkel:

$$\alpha_b = (58,26 \pm 1,11 \pm 0,35)^\circ$$

1.2 Bestimmung über Reflexion von linear polarisiertem Licht; daraus Ermittlung des Brechungsindex des Glases

Da der Laser linear polarisiertes Licht erzeugt, können wir den Brewster-Winkel bestimmen, indem wir den Winkel suchen, bei dem der reflektierte Strahl verschwindet.

Nr.	gemessener Winkel	Brewster-Winkel (in °)
1	301,5	58,50
2	301,2	58,80
3	301,9	58,10
4	301,1	58,90
5	301,5	58,50
6	302,5	57,50
7	301,0	59,00
8	302,0	58,00
	Mittelwert:	58,41
	Standardabweichung:	0,48

Für die systematischen Fehlerquellen gilt das selbe wie beim ersten Versuchsteil, es wird nur der Ablesefehler berücksichtigt.

Wir erhalten hier also für den Brewster-Winkel:

$$\alpha_b = (58,41 \pm 0,48 \pm 0,50)^\circ = (1,0194 \pm 0,0084 \pm 0,0087) \text{ rad}$$

Daraus können wir den Brechungsindex mit der Formel $\tan(\alpha_b) = \frac{n_{\text{Glas}}}{n_{\text{Luft}}}$; $n_{\text{Luft}} \approx 1$

bestimmen: $n_{\text{Glas}} = \tan(1,0194) = 1,63$

Mit der gaußschen Fehlerfortpflanzung erhalten wir:

- für den statistischen Fehler: $\sigma_n = (1 + \tan(\alpha_b)^2) * \sigma_\alpha = 0,03$
- für den systematischen Fehler: $\Delta n_{\text{glas}} = (a + \tan(\alpha_b)^2) * \Delta \alpha_b = 0,03$

Damit ergibt sich: $n_{\text{Glas}} = 1,63 \pm 0,03 \pm 0,03$

Wir kennen das Material des Glases nicht, jedoch befindet sich unser gefundener Wert in einem Bereich, der für Glas plausibel erscheint.

2 Beugung an verschiedenen Objekten

2.1 Bestimmung der genauen Breite des 0,3mm-Spaltes

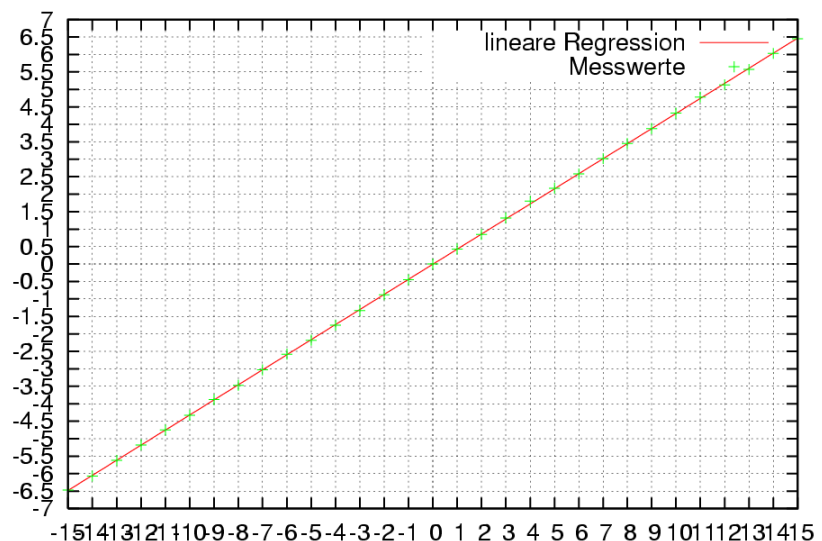
Wir konnten die Abstände der k-ten Minima vom Nullten Hauptmaximum schön bis zum k=15 aufnehmen:

Ordnung	1. Messung	2. Messung	3. Messung	Mittelwert
-15	-6,45	-6,50	-6,45	-6,47
-14	-6,10	-6,05	-6,05	-6,07
-13	-5,65	-5,60	-5,60	-5,62
-12	-5,20	-5,15	-5,20	-5,18
-11	-4,75	-4,75	-4,75	-4,75
-10	-4,40	-4,30	-4,30	-4,33
-9	-3,90	-3,85	-3,90	-3,88
-8	-3,45	-3,45	-3,50	-3,47
-7	-3,05	-3,00	-3,05	-3,03
-6	-2,60	-2,55	-2,60	-2,58
-5	-2,20	-2,15	-2,20	-2,18
-4	-1,80	-1,70	-1,75	-1,75
-3	-1,35	-1,30	-1,35	-1,33
-2	-0,90	-0,85	-0,90	-0,88
-1	-0,45	-0,45	-0,45	-0,45
0	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,40	0,45	0,45	0,43
2	0,80	0,90	0,85	0,85
3	1,35	1,30	1,30	1,32
4	1,80	1,75	1,85	1,80
5	2,15	2,20	2,15	2,17
6	2,60	2,60	2,55	2,58
7	3,00	3,05	3,00	3,02
8	3,45	3,45	3,45	3,45
9	3,90	3,90	3,85	3,88
10	4,30	4,35	4,30	4,32
11	4,80	4,80	4,75	4,78
12	5,10	5,20	5,10	5,13
13	5,55	5,60	5,55	5,57
14	6,05	6,05	6,00	6,03
15	6,40	6,45	6,50	6,45

Mit den Mittelwerten der Einzelmessungen ergab die lineare Regression für den Zusammenhang x_k/k folgenden Wert (durchgeführt mit gnuplot):

Minima des Einzelspaltes 0,3 mm

$$\frac{x_k}{k} = (0,43164 \pm 0,00046) \text{ cm}$$



Die Breite des Spaltes können wir damit wie folgt bestimmen:

$$b = \frac{\lambda * y}{\frac{x_k}{k}} = \frac{632,8 \text{ nm} * 211 \text{ cm}}{0,43164 \text{ cm}} = 0,3093 \text{ mm}$$

Fehlerdiskussion:

- statistisch: $\sigma_b = \frac{2 * \lambda * y}{2} * \sigma_{x_k/k} = 0,0007 \text{ mm}$
- systematisch: Die Fehlerquellen sind vielfältig:
 - die Ungenauigkeit der Abstandsmessung Schirm-Spalt $\Delta y = 0,3 \text{ cm}$
 - Ein Fehler ergibt sich durch die Näherung $\sin(x) = \tan(x)$. Bei den kleinen Winkeln beträgt dieser jedoch max. 0,05% und wird nicht weiter beachtet.
 - Die Wellenlänge des Lasers ist nicht exakt gegeben, sondern mit $\lambda = (632,8 \pm 0,1) \text{ nm}$ angegeben
- Eine Korrelation der genannten Fehler ist nicht vor auszusetzen. Damit ergibt sich mit der gaußschen Fehlerfortpflanzung: $\Delta b = 0,0004 \text{ mm}$

Damit ergibt sich für die Spaltbreite ein Wert, der sehr gut mit dem angegebenen übereinstimmt: $b = (0,3093 \pm 0,0007 \pm 0,0004) \text{ mm}$

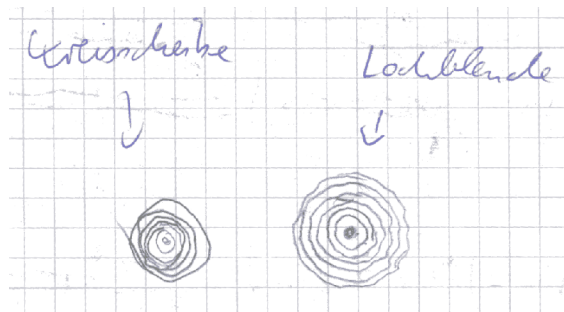
2.2 Steg (Babinet-Theorem)

Wie das Babinet-Theorem behauptet, konnten wir sehr gut sehen, dass der Steg bis auf den geometrischen Schatten im Hauptmaximum das selbe Beugungsbild hat wie der gleichbreite Spalt.

2.3 Kreisöffnung und Kreisscheibe gleicher Größe; Kante

Auch bei Kreisscheibe und -öffnung konnten wir das Babinetsche Theorem bestätigen. Der Poissonsche Fleck war ebenfalls sichtbar.

Das Abzeichnen der Bilder gestaltete sich als schwierig:



Das sehr feine Beugungsbild der Kante konnten wir leider nicht beobachten. Offenbar divergierte unser Laser relativ stark, was uns auch beim Doppelspalt später große Probleme bereitete.

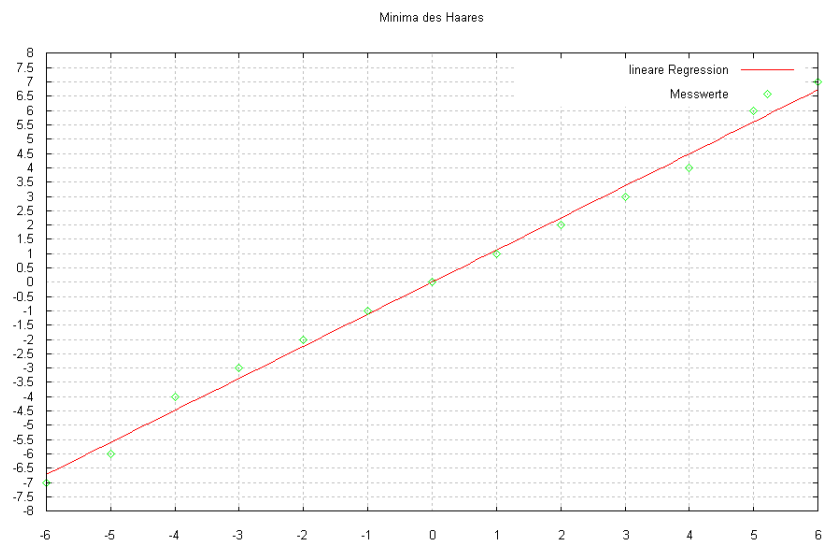
2.4 Bestimmung des Haardurchmessers aus seinem Beugungsbild

Nach dem Babinetschen Theorem sollte das Beugungsbild des Haares gleich dem eines Einzelspalts gleicher Dicke sein. Somit können wir für die Bestimmung dessen Durchmessers die o.g. Formeln des Einzelspalts verwenden.

Ordnung	1. Messung	2. Messung	3. Messung	Mittelwert
-6	-7,40	-7,40	-7,50	-7,43
-5	-6,20	-6,15	-6,35	-6,23
-4	-5,00	-4,90	-5,00	-4,97
-3	-3,80	-3,70	-3,85	-3,78
-2	-2,60	-2,45	-2,70	-2,58
-1	-1,35	-1,25	-1,25	-1,28
0	0,00	0,00	0,00	0,00
1	1,15	1,25	1,25	1,22
2	2,40	2,40	2,25	2,35
3	3,60	3,75	3,60	3,65
4	4,90	4,80	4,80	4,83
5	6,10	6,10	5,90	6,03
6	7,40	7,50	7,30	7,40

Die lineare Regression mit Gnuplot ergab:

$$\frac{x_k}{k} = (1,121 \pm 0,025) \text{ cm}$$



Bei diesem Versuch war der Schirmabstand nur $y = (210,3 \pm 0,3) \text{ cm}$

Den Durchmesser des Haares können wir damit wie folgt bestimmen:

$$b = \frac{\lambda * y}{\frac{x_k}{k}} = \frac{632,8 \text{ nm} * 210,3 \text{ cm}}{1,121 \text{ cm}} = 118,7 \mu \text{ m}$$

Fehlerdiskussion:

- statistischer Fehler: $\sigma_b = \frac{2 * \lambda * y}{2} * \sigma_{x_k/k} = 5,3 \mu \text{ m}$
- systematischer Fehler: Die Fehlerquellen sind wie beim Einzelspalt:
 - $\Delta y = 0,3 \text{ cm}$

- $\lambda = (632,8 \pm 0,1) \text{ nm}$
- Eine Korrelation der genannten Fehler ist nicht vorauszusetzen. Damit ergibt sich mit der gaußschen Fehlerfortpflanzung:
 $\Delta b = 0,2 \mu\text{m}$

Damit ergibt sich für den Haardurchmesser: $b = (118,7 \pm 5,3 \pm 0,2) \mu\text{m}$

Zum Vergleich maßen wir den Durchmesser noch mit einer Mikrometerschraube (in Mikrometern):

<i>Messung 1</i>	<i>Messung 2</i>	<i>Messung 3</i>	<i>Messung 4</i>
75	69	71	78

Damit ergibt sich (Mittelwert, Standardabweichung, Ablesefehler):

$$b_{\text{mikro}} = (73,3 \pm 3,5 \pm 2) \mu\text{m}$$

Der Wert aus dem Beugungsversuch ist also deutlich höher. Eine Erklärung für den großen Unterschied mag sein, dass das Haar bei dieser Messung stark gequetscht wird. Zudem ist die Haardicke nicht homogen und die Messungen waren an verschiedenen Stellen.

2.5 Dicke eines Drahtes

Hier konnten nur Minima bis zur zweiten Ordnung gemessen werden, weshalb auf eine lineare Regression verzichtet wird. Stattdessen wird für jede Ordnung die Drahtdicke bestimmt und dies statistisch ausgewertet.

Ordnung	1. Messung	2. Messung	3. Messung
-2	-11,00	-10,20	-10,30
-1	-5,05	-5,10	-5,10
0	0,00	0,00	0,00
1	4,85	4,85	4,90
2	9,90	10,20	9,90

Damit ergeben sich folgende Drahtdicken (in Mikrometern):

24,20	26,09	25,84
26,35	26,09	26,09
27,44	27,44	27,16
26,88	26,09	26,88
	Mittelw	26,38
	Stdabw.	0,85

Damit ist die Drahtdicke: $d = (26,38 \pm 0,85) \mu\text{m}$

Dies deckt sich gut mit dem Wert der Mikrometerschraube: $d_{\text{mikro}} = (25 \pm 2) \mu\text{m}$

Hier ist die Übereinstimmung sehr gut. Der Draht wird sich wohl auch nicht so leicht quetschen lassen wie das Haar.

3 Beugung an Mehrfachspalten und Gittern

3.1 Berechnung von Spaltabstand und -breite beim Doppelspalt

Wie in der Vorbereitung erläutert, können wir die Spaltbreite aus den Maxima/Minima 1. Ordnung ermitteln, den Spaltabstand aus den Maxima/Minima zweiter Ordnung.

Wir haben bei diesem Versuch leider recht schlechte Werte zu erwarten, da die Maxima und Minima 2. Ordnung nur im Hauptmaximum der 1. Ordnung zu erkennen waren.

Zur Bestimmung der Breite wählen wir die Formeln für die Minima:

$$\sin \alpha_{\min 1.O} = k \frac{\lambda}{b}, k=1,2,3, \dots \quad \sin \alpha_{\min 2.O} = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{s}, k=0,1,2,3, \dots$$

Mit $\frac{x_k}{y} = \tan(\alpha_k)$ und der Näherung $\sin(\alpha) = \tan(\alpha)$ für kleine Winkel:

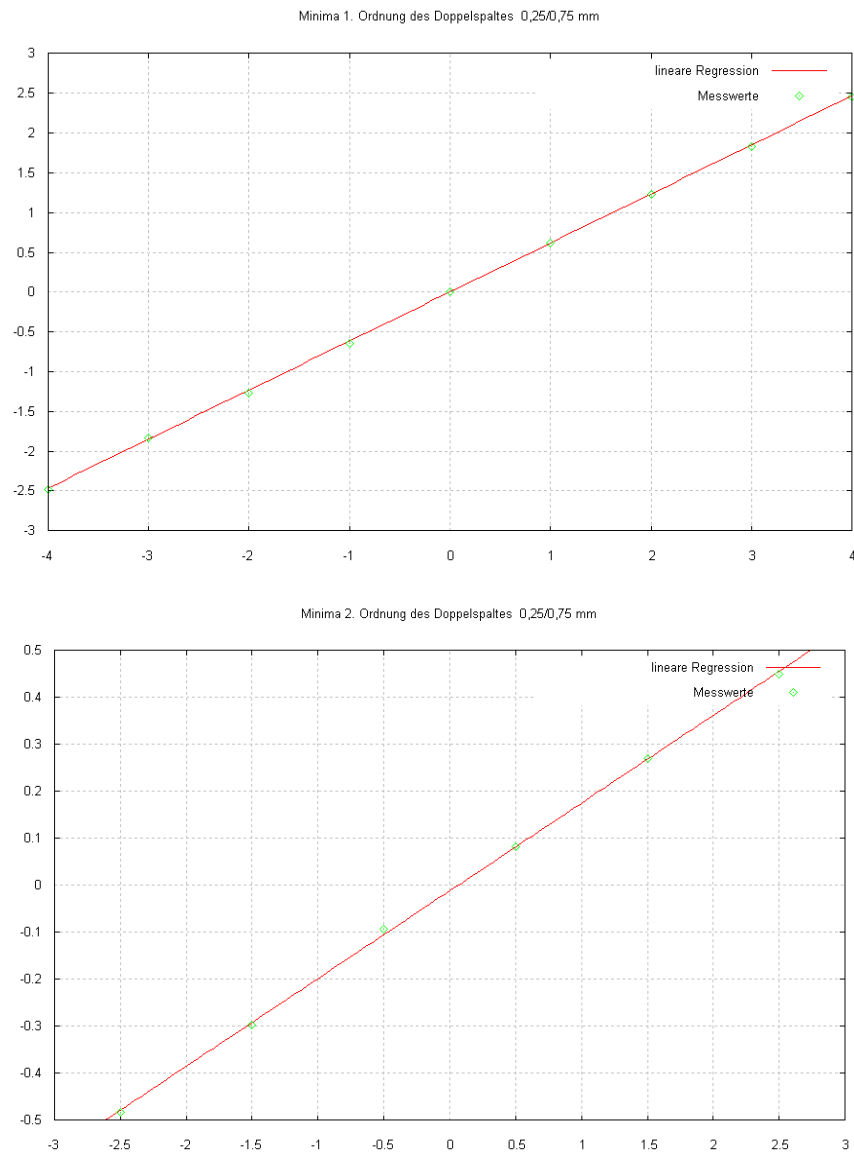
$$b = \frac{\lambda * y}{\frac{x_{k,1.O}}{k}}, k=1,2,3, \dots \quad s = \frac{\lambda * y}{\frac{x_{k,2.O}}{\left(k + \frac{1}{2}\right)}}, k=0,1,2,3, \dots$$

Der lineare Zusammenhang $\frac{x_{k,1.O}}{k}$ bzw. $\frac{x_{k,2.O}}{\left(k + \frac{1}{2}\right)}$ wird wiederum mittels linearer

Regression bestimmt:

Minima 2. Ordnung				
k+ 1/2	1. Messung	2. Messung	3. Messung	Mittelwert
-2,5	-0,50	-0,50	-0,45	-0,483
-1,5	-0,30	-0,30	-0,29	-0,297
-0,5	-0,10	-0,10	-0,08	-0,093
0,5	0,10	0,10	0,05	0,083
1,5	0,30	0,29	0,22	0,270
2,5	0,45	0,45	0,45	0,450
Minima 1. Ordnung				
k	1. Messung	2. Messung	3. Messung	Mittelwert
-4	-2,45	-2,50	-2,50	-2,483
-3	-1,80	-1,85	-1,85	-1,833
-2	-1,35	-1,20	-1,25	-1,267
-1	-0,60	-0,65	-0,70	-0,650
0	0	0	0	0
1	0,65	0,60	0,60	0,617
2	1,25	1,20	1,25	1,233
3	1,9	1,8	1,8	1,833

$$a = \frac{x_{k,1.O}}{k} = (0,6166 \pm 0,0028) \text{ cm} \quad c = \frac{x_{k,2.O}}{\left(k + \frac{1}{2}\right)} = (0,1869 \pm 0,0017) \text{ cm}$$



Fehlerdiskussion:

- statistischer Fehler: $\sigma_b = \frac{2 * \lambda * y}{a^2} * \sigma_a = 0,0020 \text{ mm}$ $\sigma_s = \frac{2 * \lambda * y}{c^2} * \sigma_c = 0,013 \text{ mm}$
- systematischer Fehler: Die Fehlerquellen sind wie beim Einzelspalt:
 - $\Delta y = 0,3 \text{ cm}$
 - $\lambda = (632,8 \pm 0,1) \text{ nm}$
- Eine Korrelation der genannten Fehler ist nicht vorauszusetzen. Damit ergibt sich mit der gaußschen Fehlerfortpflanzung:
 $\Delta b = 0,0003 \text{ mm}$ $\Delta a = 0,001 \text{ mm}$

Damit ergibt sich für

- den Spaltabstand: $s = (0,714 \pm 0,013 \pm 0,001) \text{ mm}$
- die Spaltbreite: $b = (0,2165 \pm 0,0020 \pm 0,0003) \text{ mm}$

Die Werte liegen recht nah bei den angegebenen Größen.

3.2 Beugungsbild des zweiten Doppelspalts sowie des Drei- und Vierfachspalts

Beim zweiten Doppelspalt beobachteten wir, dass die Maxima 2. Ordnung weiter auseinander liegen. Dies deckt sich auch mit dem theoretisch erwarteten Ergebnis, da dessen Spaltabstand mit 0,5mm geringer war als bei dem genauer untersuchten.

Insbesondere beim Vierfachspalt sahen wir gegenüber dem Doppelspalt viel schärfer abgegrenzte Maxima. Die Nebenmaxima waren nur noch schwach zu sehen.

3.3 Bestimmung der Gitterkonstante eines Strichgitters

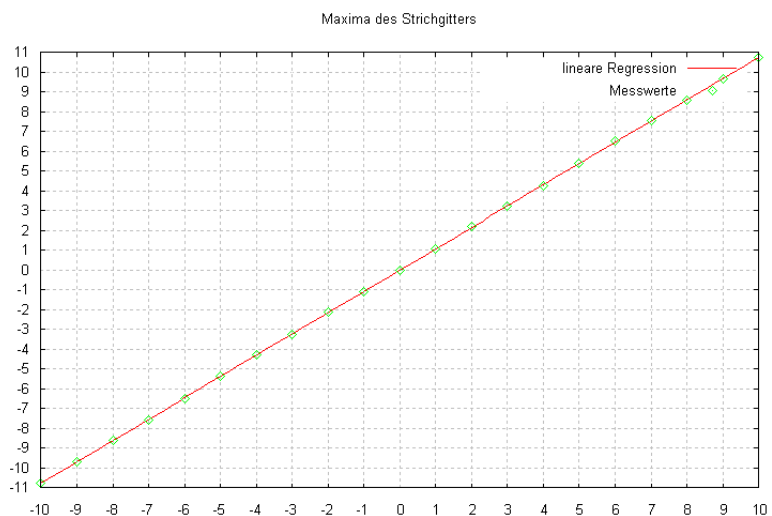
Wie in der Vorbereitung beschrieben können wir die Gitterkonstante über die Maxima

bestimmen:
$$g = \frac{y * \lambda}{\frac{x_{k,max}}{k}}$$

Maxima	1. Messung	2. Messung	3. Messung	Mittelwert
-10	-10,75	-10,85	-10,75	-10,78
-9	-9,70	-9,75	-9,60	-9,68
-8	-8,60	-8,70	-8,55	-8,62
-7	-7,55	-7,60	-7,50	-7,55
-6	-6,45	-6,55	-6,45	-6,48
-5	-5,35	-5,45	-5,35	-5,38
-4	-4,30	-4,35	-4,25	-4,30
-3	-3,20	-3,30	-3,25	-3,25
-2	-2,15	-2,15	-2,00	-2,10
-1	-1,10	-1,15	-1,05	-1,10
0	0,00	0,00	0,00	0,00
1	1,10	1,10	1,05	1,08
2	2,20	2,10	2,25	2,18
3	3,25	3,20	3,30	3,25
4	4,3	4,25	4,30	4,28
5	5,35	5,30	5,45	5,37
6	6,50	6,40	6,60	6,50
7	7,60	7,45	7,55	7,53
8	8,60	8,55	8,60	8,58
9	9,65	9,65	9,65	9,65
10	10,80	10,70	10,75	10,75

Und auch hier haben wir x_k/k mittels der linearen Regression (gnuplot) bestimmt:

$$a = \frac{x_k}{k} = (1,0761 \pm 0,0009) \text{ cm}$$



Damit können wir die Gitterkonstante (Abstand zweier Striche des Gitters) bestimmen:

$$g = \frac{y * \lambda}{a} = 0,1241 \text{ mm}$$

Fehlerbetrachtung:

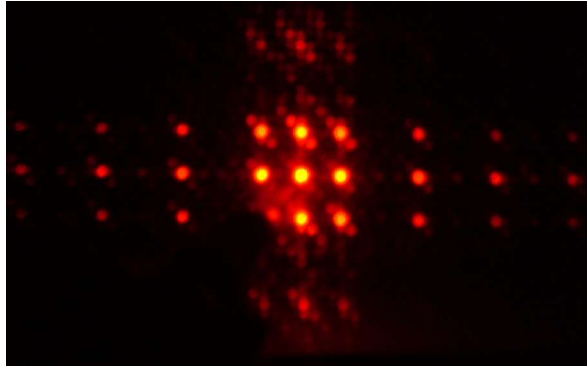
- statistischer Fehler: $\sigma_g = \frac{2 * \lambda * y}{a^2} * \sigma_a = 0,0002 \text{ mm}$
- systematischer Fehler: Die Fehlerquellen sind wie beim Einzelspalt:
 - $\Delta y = 0,3 \text{ cm}$
 - $\lambda = (632,8 \pm 0,1) \text{ nm}$
- Eine Korrelation der genannten Fehler ist nicht vor auszusetzen. Damit ergibt sich mit der gaußschen Fehlerfortpflanzung:
 $\Delta g = 0,0002 \text{ mm}$

Damit ergibt sich für die Gitterkonstante: $\boxed{g = (0,1241 \pm 0,0002 \pm 0,0002) \text{ mm}}$

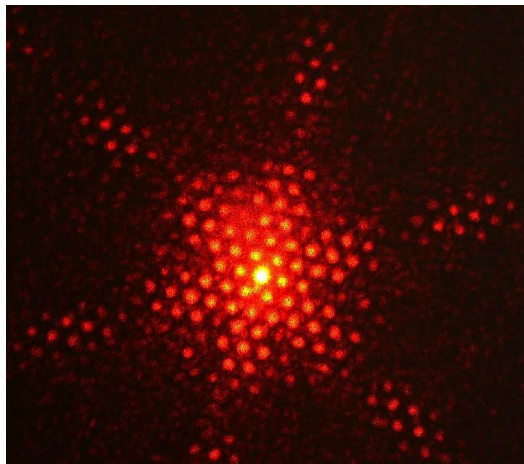
Das Gitter hat also laut unseren Ergebnissen folgende Strichzahl: $(80,58 \pm 0,18) \frac{1}{\text{cm}}$

3.4 Beugungsbild von Kreuz- und Wabengitter

Bei Kreuz- und Wabengittern kommt eine zusätzliche Raumdimension hinzu. Hierzu haben wir jeweils ein schönes Bild aufnehmen können:



Kreuzgitter



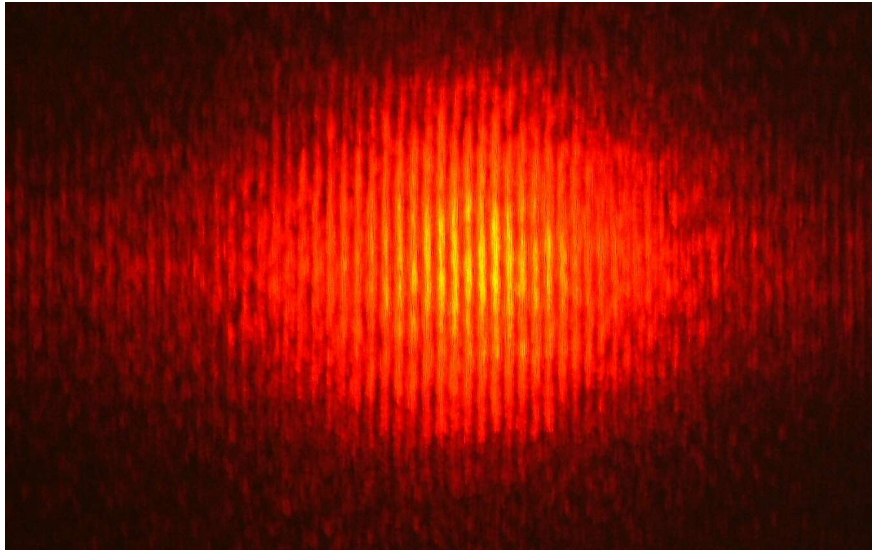
Wabengitter

4 Abbildung nichtselbstleuchtender Gegenstände

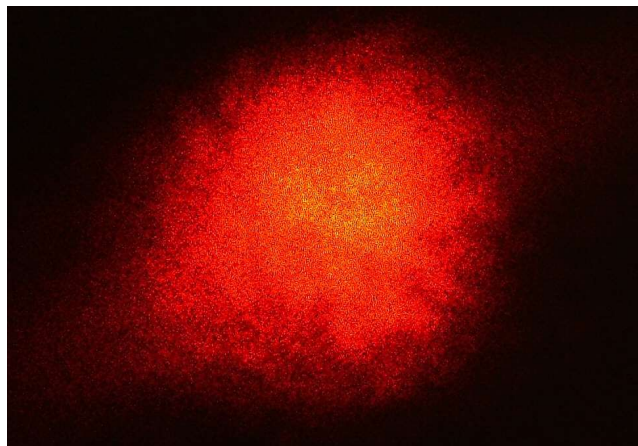
Hier wollten wir uns anschauen, welchen Effekt die verschiedenen Beugungsordnungen auf das Abbild eines nichtselbstleuchtenden Gegenstandes haben.

Dazu bildeten wir ein Strichgitter auf den Schirm ab.

Werden alle Beugungsordnungen durchgelassen ergibt sich folgendes Bild:



Indem man eine Beugungsordnungsblende in die Brennebene der Linse bringt kann man nur die Nullte Beugungsordnung durchlassen. Dabei bleibt nur ein gleichmäßiger Fleck übrig, der sozusagen die mittlere Grundhelligkeit des Bildes darstellt. Die Feinstruktur wird mit höheren Ordnungen übertragen.



Lässt man ausschließlich die 1. Ordnung durch, so erhält man ein Bild mit doppelt so vielen Strichen (bzgl. des normalen Bildes). Hiervon gelang leider kein Bild.

5 Holografie

Wir betrachteten 3 verschiedene Hologramme. Der dreidimensionale Eindruck war dabei schön auszumachen. So konnte man durch verschiedene Blickwinkel unterschiedliche Details erkennen.

